

O SPOSOBACH POBIERANIA PRÓBY DO WYZNACZENIA KRZYWEJ WYSOKOŚCI DRZEWOSTANU

Katarzyna Kaźmierczak¹, Małgorzata Graczyk²

¹Zakład Dendrometrii i Produkcyjności Lasu
²Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych
Akademia Rolnicza w Poznaniu
ul. Wojska Polskiego 28, 60-637 Poznań
e-mail²:magra@au.poznan.pl

Streszczenie

W pracy porównano dwie metody pobierania prób z populacji drzew w celu oszacowania ich wysokości.

Słowa kluczowe: drzewostan, krzywa wysokości, próba

Klasyfikacja AMS 1999: 62F25

1. Wstęp

W badaniach dotyczących oceny produkcyjności lasu podstawową rolę odgrywa pojęcie miąższości (objętości) drzewostanu i jest sumą miąższości drzew tworzących ten drzewostan. Miąższość można określić wieloma sposobami, różniącymi się pracochłonnością, stopniem skomplikowania oraz dokładnością. Jednak we wszystkich tych metodach podstawowym elementem oceny jest pierśnica oraz wysokość drzewa. Dokładny pomiar miąższości wszystkich drzew drzewostanu na pniu jest bardzo pracochłonny, kosztowny i stosowany bardzo rzadko, nawet w badaniach naukowych. W literaturze znane są wzory empirycz-

ne wyznaczające miąższość drzewostanu (patrz Bruchwald, 1986). W praktyce urządzania lasu, która jest przyjęta na terenie objętym badaniem, jak i przy przetwarzaniu „szacunków brakarskich” służących do określania miąższości drzewostanu obok wzorów empirycznych wciąż stosuje się, prostsze dla praktyków, metody tablicowe. Miąższość drzewostanu określana przy użyciu *Tablic miąższości drzew stojących* bazuje na ustaleniu miąższości drzew w stopniach grubości. Prace terenowe ograniczają się do pomiaru wysokości dla części drzew (z zaokrągleniem do 0,5 m) oraz do pomiaru pierśnic (z zaokrągleniem do 0,01 m) wszystkich drzew. Niewiele miejsca w literaturze poświęcono metodyce pobierania próby i, z reguły, dokonywano pomiarów wysokości na drzewach oznaczonych numerami 1, 11, 21, 31, ..., co odpowiadało 10% drzew znajdujących się w badanym drzewostanie (patrz Meixner, 1964). Na podstawie pomierzonych wysokości drzew (10% populacji) i ich pierśnic (100% populacji) wykreślana jest krzywa wysokości, która jest linią obrazującą wyrównaną zależność pomiędzy wysokością i pierśnicą drzew w drzewostanie. Zastosowaniem różnych funkcji do wykreślania krzywych wysokości zajmowali się m.in.: Näslund (1929), Assmann (1936), Tiurin i in. (1945), Trietjakow i in. (1952), Eckert (1957), Gorskij (1961), Meixner (1964), Prodan (1965), Bruchwald (1970), (1973), (1993), Trampler (1973), Rymer-Dudzińska (1973), (1978a, b, c), (1982), (1994), (1974), Żybura (1977), Bruchwald, Rymer-Dudzińska (1981), (1990), Bruchwald, Wirowski (1993), Bruchwald, Witkowska (1993), Bruchwald, Wróblewski (1994), Bruchwald i in. (1994), Bruchwald i in. (2000), Zasada (2000), Bruchwald i in. (2001), Bruchwald, Żybura (2002), Kaźmierczak i Grala-Michalak (2006).

Badania nad zależnością pomiędzy pierśnicą i wysokością koncentrowały się głównie na wyborze funkcji najdokładniej opisującej ten związek. Jednak pomimo wielu lat stosowania metody określania miąższości drzewostanu na podstawie *Tablic miąższości drzew stojących* nadal aktualne jest pytanie dotyczące sposobu wybierania drzew do wykreślania krzywej wysokości. Jak już wspomniano, najczęściej pomiarem wysokości obejmuje się co dziesiąte, wybierane systematycznie, drzewo. W dalszej części pracy pokazemy, że metoda ta nie jest najlepsza.

2. Materiał badawczy

W pracy wykorzystano wybrane wyniki pomiarów 302 drzew, pochodzących z 0,10 ha powierzchni próbnej zrębowej, założonej w litym 35-letnim

drzewostanie sosnowym w Nadleśnictwie Doświadczalnym Zielonka na terenie Leśnego Zakładu Doświadczalnego w Murowanej Goślinie. Należy podkreślić, że w praktyce doświadczalnej nie wykonuje się wszystkich pomiarów na wszystkich jednostkach doświadczalnych i dlatego, w typowej sytuacji, nasze badania nie byłyby możliwe. Wszystkie drzewa ponumerowano w rzędach i ustalono ich stanowisko biosocjalne, zgodnie z kryteriami klasyfikacji Krata. Na każdym drzewie zaznaczono trwale pierśnicę i cztery podstawowe kierunki. Na drzewach stojących, z zaokrągleniem do 1 mm, pomierzono pierśnicę w korze w dwóch prostopadłych do siebie kierunkach N-S i W-E, a średnią arytmetyczną z tych pomiarów przyjęto za pierśnicę rzeczywistą. Na ściętych drzewach, z dokładnością do 0,01m; zmierzono długość strzały i przyjęto ją jako rzeczywistą wysokość drzewa. Należy podkreślić, że w przypadku typowego doświadczenia ocenia się wysokość drzewa rosnącego w pewnym skupisku, co uniemożliwia tak dokładny pomiar wysokości i dlatego przyjmuje się wtedy zaokrąglenie pomiaru do 0,5m.

Na podstawie danych otrzymanych dla 302 drzew obliczono średnią wysokość drzew 13,1m oraz wariancję dla całej populacji 1,781. Wykorzystując dane przeprowadzono kolejne analizy zgodnie z przyjętą praktyką.

W celu oszacowania wysokości wszystkich drzew populacji trzeba wyznaczyć liczebność próby ze wzoru

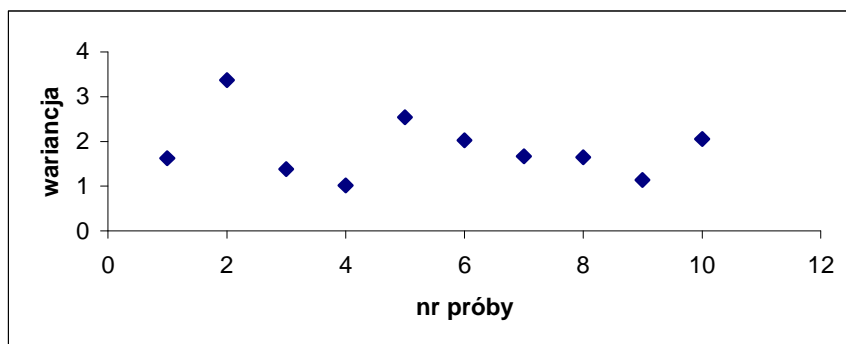
$$n \geq \frac{u_{\alpha}^2 s^2}{d^2}, \quad (2.1)$$

przy czym u_{α} jest wartością odczytaną z tablic rozkładu normalnego odpowiadającą współczynnikowi ufności $1 - \alpha$, s^2 jest wariancją obliczoną na podstawie próby, zaś d jest wymaganą dokładnością pomiarów (równą połowie długości przedziału ufności dla średniej).

Zatem przy 302 drzewach i wymaganej dokładności $d = 0,5m$ do próby należy pobrać co najmniej 27 drzew i zmierzyć ich wysokości (odpowiada to zalecanej w literaturze liczebności równej 10% populacji i równocześnie liczbie drzew pobieranych do oceny parametrów na podstawie wzorów empirycznych (patrz Bruchwald, 1986). Drzewa z 0,10 ha powierzchni próbnej zrębowej ponumerowano w rzędach i do próby były pobierane drzewa numerami o stałym interwale. Stąd próbę określa się jako systematyczną. W celu oszacowania poprawności stosowanej zwykle metody pobrano w sposób systematyczny 10 prób zgodnie z Tabelą 1. Dla każdej próby policzono wariancję i zaznaczono ją na wykresie (Rys. 1).

Tabela 1. Wariancje dla prób systematycznych

Numer próby	Numery drzew pobranych do próby	Wariancja
1	1,11,21,31,...	1,62
2	2,12,22,32,...	3,37
3	3,13,23,33,...	1,38
4	4,14,24,34,...	1,02
5	5,15,25,35,...	2,54
6	6,16,26,36,...	2,03
7	7,17,27,37,...	1,67
8	8,18,28,38,...	1,65
9	9,19,29,39,...	1,14
10	10,20,30,40,...	2,06

**Rys. 1.** Porównanie wariancji dla prób systematycznych

Analizując obliczenia można zauważyć bardzo duże wahania wariancji dla poszczególnych prób, od wartości 1,02 aż do 3,37. Dla porównania wariancja obliczona dla całej populacji wynosi 1,781. Uwzględniając zróżnicowanie wariancji należy zadać sobie pytanie, czy wariancje te są jednakowe. Wysłunięto hipotezę, że wariancja jest jednorodna. W celu jej weryfikacji wykorzystano test Hartleya (patrz Czermiński i in.,1970). Statystyka testowa ma postać

$$F = \frac{\hat{S}_{\max}^2}{\hat{S}_{\min}^2}. \quad (2.2)$$

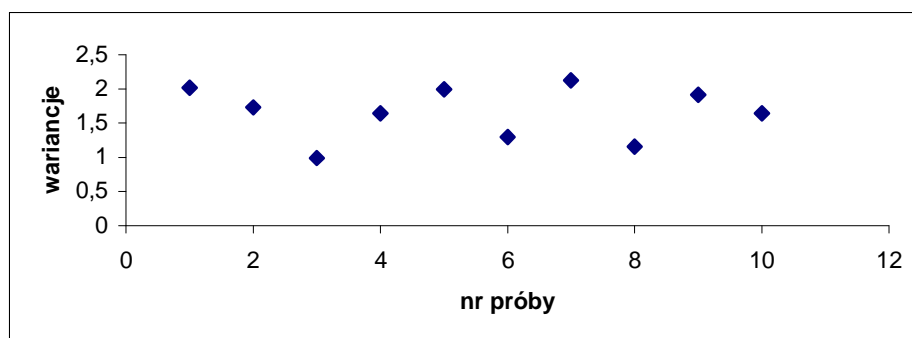
Dla próby systematycznej obliczona wartość statystyki wynosi $F_s = 3,3$. Wartości krytyczna jest równa 3,29. A zatem na poziomie istotności 0,05 można powiedzieć, że wariancje nie są jednakowe. Należy jednak podkreślić, że wielkości $F_s = 3,3$ oraz wartość krytyczna niewiele różnią się między sobą.

W dalszej części badań pobrano analogicznie 10 prób po 30 obserwacji każda, lecz numery drzew odpowiadały kolejnym liczbom losowym wygenerowanym (patrz: <http://www.random.org>). Sposób wyboru drzew do próby oraz obliczone wariancje zostały zamieszczone w Tabeli 2.

Tabela 2. Wariancje dla prób losowych

Numer próby	Numery drzew pobranych do próby	Wariancja
1	115,297,15,...	2,02
2	10,171,42,...	1,73
3	10,136,297,...	0,99
4	285,228,75,...	1,64
5	171,291,73,...	1,99
6	139,27,180,...	1,29
7	8,138,259,...	2,13
8	95,2,203,...	1,15
9	271,249,281,...	1,91
10	192,41,245,...	1,64

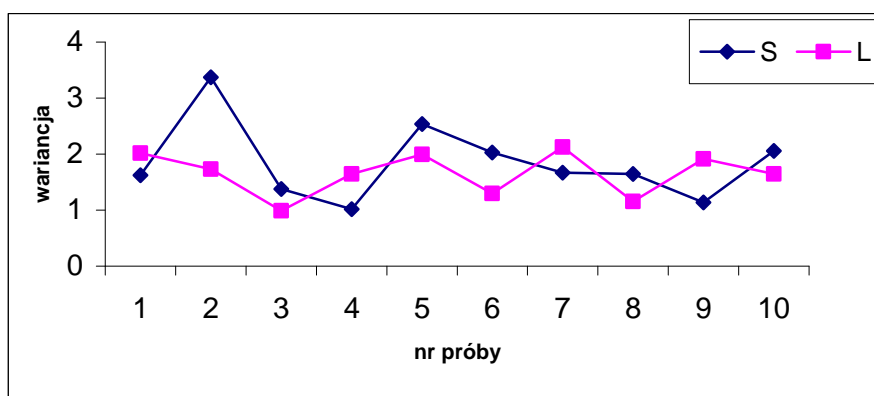
Na wykresie (Rys. 2) zobrazowano wartości wariancji dla poszczególnych prób na wykresie. Łatwo można zauważyć mniejsze wahania wartości wariancji od 0,99 do 2,13.



Rys. 2. Porównanie wariancji dla prób losowych

Wykorzystując ponownie test Hartleya otrzymujemy, że dla wartości krytycznej 3,29 obliczona wartość statystyki wynosi $F_l = 2,147$; a zatem nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy mówiącej, że obliczone wariancje dla prób pobieranych w sposób losowy są jednakowe.

Przypomnijmy, że wariancja dla całej populacji (czyli w tym wypadku dla 302 drzew) wynosiła 1,781. Aby zobrazować zależności pomiędzy wariancjami (Rys. 3) zestawiono wartości dla prób systematycznych (S) oraz dla prób pobranych losowo (L). Porównując oba wykresy można zauważyć, że należy raczej stosować wybór drzew do próby oparty na liczbach losowych, gdyż zmniejsza to wariancję.



Rys. 3. Porównanie wariancji dla prób systematycznych i losowych

Można zauważyć, że dokonywanie pomiarów na systematycznie numerowanych drzewach powoduje utracenie losowości, a tym samym uzyskanie pomiarów różniących się znacznie pomiędzy sobą.

3. Wnioski

Z praktycznego punktu widzenia, omówione w pracy doświadczenie zostało przeprowadzone w sposób nietypowy. Dało to nam możliwość przeprowadzenia analiz porównujących zwykle stosowaną metodę pobierania drzew do próby,

polegającą na systematycznym wyborze, z metodą wymagającą pełnej losowości. Są to pierwsze tego typu badania na tej populacji i na podstawie jednego doświadczenia należy podchodzić do otrzymanych wniosków w sposób ostrożny. Wydaje się jednak właściwe dokonywanie wyboru drzew do próby w sposób losowy, gdyż zmniejsza to wahania wariancji, a tym samym powoduje, że wariancja obliczona na podstawie tak pobranej próby jest bliższa wariancji w populacji. Jest to ważne tym bardziej, że na podstawie próby, w skład której wchodzi 10% populacji, dokonuje się obliczeń wysokości dla pozostałych drzew. Losowy wybór gwarantuje nam, że obliczone na początku wysokości są obciążone mniejszym błędem.

Literatura cytowana

- Assmann E. (1936). Zur Frage der Kopezky - Gehrhardt'schen Linien. *Mitteilungen aus Forstwirtschaft und Forstwissenschaft*, s.127.
- Bruchwald A. (1970). Badanie zależności wysokości od pierśnicy w drzewostanach sosnowych. *Fol. For. Pol. ser. A* 16, 163-170.
- Bruchwald A. (1973). Ocena przydatności dla praktyki gospodarczej sposobów określania miąższości drzewostanu. *ZN SGGW, Rozprawy Naukowe*, nr 25.
- Bruchwald A. (1986). *Dendrometria*. Wydawnictwo SGGW – AR, Warszawa.
- Bruchwald A. (1993). Uniform Height Curves for Silver-fir Stands. *Ann. Warsaw Agricult. - Univ. SGGW, For. and Wood Technol.* 44, 3-5.
- Bruchwald A., Dmyterko E., Dudzińska M., Wirowski M. (2001). Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów olszy czarnej. *Sylvan* 11, 15-19.
- Bruchwald A., Dudek A., Michalak K., Rymer-Dudzińska T., Wróblewski L., Zasada M. (2000). Wzory empiryczne do określania wysokości i pierśnicowej liczby kształtu grubizny drzewa. *Sylvan* 10, 5-13.
- Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M. (1994). Uniform height curves for oak stands. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. - SGGW, For. and Wood Technol.* 45, 3-5.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. (1981). Zastosowanie funkcji Naslund'a do budowy stałych krzywych wysokości dla świerka. *Sylvan* 6, 21-29.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. (1990). Investigations on the relationship between the height and breast height diameter of pine trees according to various variables of the stand in the site classes. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. - SGGW-AR, For. and Wood Technol.* 39, 13-18.
- Bruchwald A., Wirowski M. (1993). Stałe krzywe wysokości dla grabu. *Sylvan* 6, 45-48.
- Bruchwald A., Witkowska J. (1993). Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów bukowych. *Sylvan* 4, 39-42.
- Bruchwald A., Wróblewski L. (1994). Uniform height curves for Norway-spruce stands. *Fol. For. Pol. ser. A* 36, 43-47.
- Bruchwald A., Żybura H. (2002). Krzywe wysokości dla drzewostanów modrzewia europejskiego (*Larix decidua* Mill.). *Sylvan* 12.

- Czerwiński J., Iwaszkiewicz A., Paszek Z., Sikorski A. (1970) *Metody statystyczne w doświadczałnictwie chemicznym*. PWN 1970, Warszawa.
- Eckert K.H. (1957). Die Verwendung halblogarithmischer Zeichenpapiere als Hilfsmittel der Höhenmessung bei der praktischen Forsteinrichtung und der Darstellung von Höhenkurven. *Allgemeine Forst- und Jagdzeitung*, z.12, 257.
- Gorskij P.W. (1961). *Metodika i tiechnika sostawlienija tablic objemow po razrjadam wysot driewostojew*. Leningradskaja Lesotechniczeskaja Akademija, Leningrad.
- Kaźmierczak K., Grala-Michalak J. (2006). Ocena dopasowania równań regresji określających zależność wysokości od pierśnicy w wybranych drzewostanach sosnowych. *Colloquium Biometryczne* 36, 211-224.
- Meixner J. (1964). Krzywa wysokości a dokładność określania miąższości drzewostanu za pomocą tabel miąższości drzew stojących. *Roczniki WSR w Poznaniu*, XXIII, 43.
- Näslund M. (1929). Antalet provträäd och höjdkurvans noggrannhet. *Meddelanden från statens shogsförsöksanstalt*, t.25, 93.
- Prodan M. (1965). *Holzmesstechnik*. J.D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt a.M.
- Rymer-Dudzińska T. (1973). Związek między wysokością a pierśnicą drzew w zależności od różnych czynników i cech drzewostanu. *Fol. For. Pol.* 21, 155-172.

SOME METHODS OF TAKING TRIALS FOR ESTIMATION CURVE OF STAND'S HEIGHT

Summary

In the paper two methods of taking trials for estimation the curve of stand's height are compared.

Key words and phrases: stand, height curve, sample

Classification AMS 1999: 62F25